

## 《定积分的概念及计算》教学设计方案

教学内容	
1.定积分的定义 2. 牛顿莱布尼兹公式求定积分	
教学目标	
知识目标	1. 定积分的概念。 2. 掌握牛顿莱布尼兹公式求定积分的方法。
能力目标	1. 用已知思路分析、解决新问题的能力。利用割圆术、微元法的思路解决如何求曲边梯形面积。
情感目标	1. 培养学生民族自豪感，激发爱国主义情怀 2. 传递不怕困难、坚持到底的信念。
学情分析	
<p>《高等数学基础》是开放教育理工科专业学生的一门必修的重要基础课。学生普遍数学基础薄弱，但是学习愿望比较强烈，学习积极性主动性较好。</p> <p>本节课之前学生已经学习了极限的思想、不定积分的概念和计算，对积分思想有一定的认识。</p>	
课程思政元素设计	
课程思政教学内容	1、通过引入实例赵州桥，让学生了解中国传统文化遗产； 2、变力做功处以火箭发射作为实例，让学生了解我国航空事业的成就（隐形） 3、通过割圆术、微元法、定积分定义介绍“化整为零 积零为整”的思想，鼓励学生从小事做起。

	<p>4、通过牛顿莱布尼兹世纪之争，传输不同途径均能达到最后目标，鼓励学生坚持不懈</p> <p>5、通过弧、弦、微分、积分概念，讲解矛盾两方面对立统一</p>
<p>教学 方法 教学 举措</p>	<p><b>目标 1:</b> 培养学生民族自豪感，激发爱国主义情怀。</p> <p>方法及措施:通过引入的实例让学生去了解中国传统工艺成就和现代航天事业的发展（介绍不易过多，引入即可，学生自己体会）</p> <p><b>目标 2:</b> 拓宽学生分析问题、解决问题的思路，进而提高解决问题的能力。</p> <p>方法及措施:一是通过割圆术、微元法、定积分定义介绍“化整为零 积零为整”的思想，进一步介绍这种思路方法实际应用。二是通过牛顿、莱布尼兹世纪之争，最后的结论，让学生体会“殊途同归”，激发学生坚持不懈终将取得胜利的信心。三是通过弧、弦、微分、积分概念，了解矛盾两方面对立统一规律。</p>

教学过程			
教 学 内 容	教师活动	学生活动	设计意图
	<p>开头语 同学们好,这节课我们学习定积分的概念和计算。</p> <p>在具体学习之前,同学们一起来看看这张照片,同学们一定认出来了,这座桥是我国著名的桥梁赵州桥,它是中国现存最早、保存最好的巨大石拱桥,入选世界纪录协会世界最早的敞肩石拱桥,创造了世界之最。赵州桥的优点有什么?同学们能说一说吗?</p> <p>没有桥墩,节省石料且坚固。美观。排水性能好等等。我们就其中这一个特征排水性能来看一看。</p> <p>排水性能好,就是过水面积大。什么是过水面积大呢?如图,以这个大拱为例,就是这个拱形面积大。</p>	<p>回忆: 赵州桥的优点</p>	<p>让学生了解中国建筑行业的优秀作品、传统文化遗产赵州桥, 培养学生民族自豪感</p>

	<p><b>过渡语:</b></p> <p>同学们,这个拱形的面积怎么算呢?这节课我们就来讨论一下。</p> <p><b>讲授内容之一:</b>简单的说就是求曲线直线 <math>x=a, x=b, y=0</math> 所围成的曲边梯形面积。想想我们有什么办法可以求这样曲边梯形的面积?</p>		
回忆割圆法,引入微元法	<p>提示一下,同学们可以回忆一下,我们前面讲极限时是怎么求圆的面积的。对,用到了割圆法。割圆法就是我们用圆内接<b>正多边形</b>的面积去无限逼近圆面积的方法,多边形分割的越细越准确。那我们也可以用同样的思路来考虑,用我们已知的图图形面积来近似曲边梯形的面积。容易求面积的图形是矩形,我们先将曲边梯形分成许多细长的条,每一个细长条可以近似的看成一个小矩形,那么所有这些小矩形面积和就是曲边梯形面积的一个近似值,分的越细近似值越接近于曲边梯形的面积,我们通过取极限就可以得到面积的真值。</p>	<p>1. 参与回忆割圆术。</p> <p>2. 默读屏幕文字。</p>	<p>1、让学生体会割圆术化整为零、积零为整的方法。</p> <p>2. 让学生再次了解割圆术在古代数学中的成就。</p>
微元法	<p>这种方法我们称为微元法。具体步骤为:</p> <p>第一步分割: 在区间<math>[a, b]</math>上任意插入<math>n-1</math>个分点, 其中<math>x_0, x_n</math>是区间端点 <math>a, b</math>, 这样区间 <math>a, b</math> 分割为 <math>n</math> 个小区间, 每个区间长度为代尔塔<math>\Delta x_i = x_i - x_{i-1}</math>。</p> <p>第二步近似: 每个小区间上任取一点<math>(\xi_i)</math>, 以<math>f(\xi_i)</math>为高的小矩形面积<math>f(\xi_i) \Delta x_i</math>就为小曲边梯形面积的近似值。</p> <p>第三步求和: 将每个小区别梯形近似面积求和 <math>\sum_{i=1}^n \Delta A_i \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i, (i = 1, 2, \dots, n)</math></p> <p>第四步取极限: 区间分的越细, 且每个小区间的长度都趋于 0, 则和式的极限 就是曲边梯形的面积 <math>A</math>。</p> <p>计<math>\lambda</math>等于 <math>\{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n\}</math>的最大值<math>A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i</math></p> <p>这样求计算曲边梯形面积的问题, 就归结为求和式的极限。</p>		<p>让学生体会微元法中化整为零、积零为整的思想</p>
	<p><b>过渡语:</b></p> <p>同样的方法我们可以考虑变力做功的问题, 比如在火箭发射过程中, 考虑到要克服自身重力、空气阻力、第二宇宙速度(逃逸速度)等原因, 火箭推力是个变换的量, 要考虑火箭升空过程中做的功。</p>	<p>学生观看火箭发射视频及默读下放文字</p>	<p>既能体会微元法思想, 同时感受到火箭发射的震撼场面, 了解我国航空事业的成就</p>

	<p><b>讲授内容之二：</b>大家知道，功等于力与位移的乘积，如果作用的里不是一个常数，而是随着位置的不同而变化，即力 <math>F</math> 是位移 <math>X</math> 的函数 <math>F = F(x)</math>，我们同样可以分割位移、在小区间上用常力代替变力求近似功，最后求和取极限。</p>		
定积分 概念	<p><b>过渡语：</b> 大家看到了两个不同问题，实际意义不同，但是解决问题的方法和步骤完全一样，都是归结为求和式的极限。因此，略去问题的实际背景，将其数学模型抽象出来进行研究，引入定积分的定义</p> <p><b>讲授内容之三：</b>定积分定义为：在闭区间 <math>[a, b]</math> 上任意插入 <math>n-1</math> 个分点，区间 <math>a, b</math> 分割为 <math>n</math> 个小区间，每个小区间上任取一点 <math>(\xi_i)</math>，做和式 <math>\sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i</math>，计 <math>\lambda</math> 等于 <math>\max\{\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n\}</math> 的最大值 <math>A</math> 若 <math>= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i</math> 的极限存在，则称 <math>f(x)</math> 在 <math>[a, b]</math> 上是可积的，并称此极限值为函数 <math>f(x)</math> 在 <math>[a, b]</math> 上的定积分，记为：这个形式。其中，<math>f(x)</math> 为被积函数，<math>x</math> 为积分变量，<math>f(x)dx</math> 为被积表达式。拉长的 <math>s</math> 为积分符号，<math>a, b</math> 为积分上下限，区间 <math>a, b</math> 为积分区间</p>		让学生从概念中体会化整为零、积零为整的思想
定积分 思想	<p><b>讲授内容之四：</b>我们再回忆一下积分的定义，以及割圆术、微元法，他们都有个共同的思想方法，就是这种“化整为零 积零为整”的思想方法，希望这种方法对同学们解决实际问题有所帮助，同时对同学们生活工作有所启发，小的方面，当我们面对复杂问题时，可以把问题分解成几个小问题几个小阶段进行处理，逐一击破。大的方面，希望同学们把我们的人生目标分解为一个一个小目标，我们从现在开始脚踏实地走好每一步，做好每一件小事，一步步向前。</p>	学生观看视频割圆术、微元法过程	明确点出“化整为零 积零为整”的思想方法

<p>定积分 的计算 公式</p>	<p><b>过渡语:</b>回到我们定积分的定义中,大家发现,尽管定积分概念有很强的实际背景,但是如果通过定积分定义,就是对一个和式求极限,哪怕一个很简单的被积函数的定积分,这个计算也是不容易的。同时,同学们可能也有这样的疑问,它同样也叫积分,虽然前面加了个定字,但是他和我们前一章学的不定积分看起来没有关系,为什么还可以叫积分呢?</p> <p><b>讲授内容之五:</b>伟大的科学家们通过不懈的研究给出了具体办法,就是著名的牛顿莱布尼兹公式,也就是微积分基本公式。这个以著名的科学家牛顿和莱布尼兹的两人名字共同命名的公式由来,也称为科学史上著名公案。简单来说,就是两位科学家各自认为自己是微积分的创始人,互相辩论很多年,后人通过研究莱布尼茨的手稿还发现,莱布尼茨和牛顿是从不同的思路创建微积分的;牛顿是为解决运动问题,先有导数概念,后有积分概念;莱布尼茨则反过来,受其哲学思想的影响,先有积分概念,后有导数概念,互相独立的发现了微积分理论,同学们课后可以查阅资料了解。看到这里,同学们是不是脑海中出现一个成语“殊途同归”,或者一句谚语“条条大路通罗马”,达到同一目的可以有多种不同的方法和途径,只要我们坚持自己的信念走下去,一样会成功的。</p>	<p>听故事,简单思考</p>	<p>1. 引入定积分计算的方法。 2. 通过牛顿莱布尼兹公式的由来,传输不同途径均能达到最后目标,鼓励学生坚持不懈</p>
	<p>下面我们不加证明的给出牛顿莱布尼兹公式内容,也就是<b>微积分基本定理</b></p> <p><b>讲授内容之六:</b>设<math>f(x)</math>在<math>[a, b]</math>上连续,<math>F(x)</math>是<math>(x)</math>在<math>[a, b]</math>上的任一原函数,即<math>F'(x) = f(x)</math></p> <p>则有 <math>\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x) _a^b</math></p> <p>我们来看例题:求<math>x</math>的平方在<math>0、1</math>区间上的定积分<math>\int_0^1 x^2 dx</math></p> <p>首先<math>x^2</math>在<math>[0, 1]</math>区间上连续,其次,在学习了导数后我们知道<math>\frac{x^3}{3}</math>是<math>x^2</math>的一个原函数,所以根据牛顿莱布尼兹公式,我们得</p> $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$ <p>对于简单函数<math>x^2</math>,我们可以看出它的原函数是<math>\frac{x^3}{3}</math>,对于复杂的函数,同学们就不一定能一眼看出它的原函数是什么了。学习不</p>	<p>通过例题,熟悉牛顿莱布尼兹公式,会求简单定积分</p>	

	<p>定积分时,我们知道,原函数既可以用导数来表示,即<math>F'(x) = f(x)</math>,</p> <p>也可以用不定积分来表示,即<math>\int f(x)dx = F(x) + c</math>,我们就可以用不定积分来求原函数了,因为月最后要做函数值之差,不定积分积出的常数C在做差时就减掉了,所有在定积分计算过程中我们就不带这个C了,</p> <p>书写的顺序也变成这样<math>\int_a^b f(x)dx = F(x) _a^b = F(b) - F(a)</math></p> <p>例如求定积分<math>\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}} dx</math></p> <p>分析,先求不定积分<math>\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx</math>,被积函数不是基本初等函数,先化简为<math>x^{-\frac{1}{2}}</math>,根据积分公式,它的不定积分为<math>\frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1}+c</math>。具体求解过程就是在不定积分求解的过程中,带上积分上下限,同时去掉C,最后计算原函数在积分上下限值的差。</p>		
总结	<p>今天我们碰到了两组概念:一是在讲解曲边梯形面积定过程中,我们提到到了弧和弦,一个是曲线,一个是直线,他们俩是对立的概念。二是微分与积分,们知道微分运算与积分运算是一对互逆运算,他们也是一对对立的关系。互相矛盾的两个概念,今天实现了统一:极限实现了弧和弦的统一;牛顿莱布尼兹公式将微分和积分联系起来,实现了他们的统一。这就是对立统一规律的具体表现。对立统一规律是马克思主义辩证法最基本的规律之一,任何事物内部都存在矛盾,矛盾的两方面当具备一定条件时可以相互转化,它们相互排斥有相互依存,对立统一规律是最根本的认识方法,我们要养成运用这种方法分析问题解决问题的习惯。</p>	<p>场景: 黑板 PPT: 文字显示 动画: 文字依次进入动画</p>	